

## ZAGADNIENIA NA EGZAMIN POPRAWKOWY Z MATEMATYKI W KLASIE TRZECIEJ TECHNIKUM

### I. WIELOMIANY

1. Stopień i współczynniki wielomianu, obliczanie wartości wielomianu
2. Działania na wielomianach – dodawanie, odejmowanie, mnożenie
3. Wzory skróconego mnożenia – dot. kwadratów i ich zastosowanie
4. Rozkład wielomianu – wyłączanie przed nawias czynnika
5. Równania wielomianowe – w postaci iloczynowej
6. Równania wielomianowe – rozkład na czynniki co najwyżej drugiego stopnia, wyłączając czynnik przed nawias

### II. FUNKCJA WYMIERNA

1. Wykres funkcji  $f(x) = \frac{a}{x}$  i jej własności
2. Przesunięcie wykresu funkcji wymiernej  $f(x) = \frac{a}{x}$  i jej własności
3. Dziedzina funkcji wymiernej
4. Wyrażenia wymierne i działania na nich ( mnożenie i dzielenie)
5. Równania wymierne, uwzględnianie założeń dla równań wymiernych typu  $\frac{x-5}{2x+4} = 0$ ;  $\frac{(x-5)(x+6)}{x-4} = 0$ ;  
 $\frac{x+1}{3x-2} = 3$  ....
6. Równania i nierówności z bezwzględną wartością typu np.  $|x - 4| > 3$ ,  $|2x + 1| = 6$  .....

### III. TRYGNOMETRIA

1. Trójkąty prostokątne – zastosowanie twierdzenia Pitagorasa
2. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
3. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych
4. Związki trygonometryczne tego samego kąta
5. Funkcje trygonometryczne kąta rozwartego
6. Pole i obwód trójkątów
7. Pole i obwód czworokątów

### IV. PLANIMETRIA

1. Twierdzenie Talesa z zastosowaniem
2. Kąty w okręgu – kąt wpisany i środkowy
3. Podobieństwo wielokątów i trójkątów.

## „Naturalnie, że zdasz”.

### I. Wielomiany

**Zad. 1** Określ stopień i współczynniki wielomianu

- a)  $W(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x + 10$
- b)  $W(x) = x^2 - 1 + 3x^3 + 2x - x^5$
- c)  $W(x) = 2x^3 + 4x - 4 + 5x^2$
- d)  $W(x) = x^6 - x^4 + 3x - 2$

**Zad. 2** Oblicz wartość wielomianu  $W(x)$  dla  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  gdy

- a)  $W(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 8$
- b)  $W(x) = -8x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 4x - 5$
- c)  $W(x) = x^5 - x^3 + 2x - 3$

**Zad. 3** Oblicz współczynniki  $a$  i  $b$  wielomianu  $W(x)$ , jeśli

- a)  $W(x) = -2x^3 + 3x^2 + ax + b$  oraz  $W(0) = 5$  i  $W(1) = -3$
- b)  $W(x) = ax^3 + x^2 + bx = 2$  oraz  $W(-3) = 11$   $W(2) = \frac{8}{3}$

**Zad. 4** Dane są wielomiany  $W(x) = 2x - 3$   $P(x) = x^2 - 4x + 2$   $G(x) = x^3 - 2x^2 + x - 4x$

Wyznacz wielomian  $K(x)$ , określ jego współczynniki i stopień gdy:

- a)  $K(x) = [W(x)]^2 - P(x)$
- b)  $K(x) = P(x) - 3G(x)$
- c)  $K(x) = W(x) \cdot P(x)$
- d)  $K(x) = G(x) - W(x) \cdot P(x)$
- e)  $K(x) = P(x) \cdot W(x) - 3G(x)$

**Zad. 5** Wykonaj potęgowanie, zastosuj wzory skróconego mnożenia

- a)  $(x + 4x)^2$  b)  $(3x - 1)^2$  c)  $(x + 2)^2$  d)  $(3 - x)^2$  e)  $(x + 3y)^2$  f)  $(1 - 2x)^2$  g)  $(2x + 3y)^2$

**Zad. 6** Zapisz w postaci sumy algebraicznej

- a)  $(4 - x)(4 + x)$  b)  $(2x - 1)(2x + 1)$  c)  $(x - 4)(x^2 + 4x - 16)$  d)  $(x + 2)(x^2 - 2x - 4)$

**Zad. 7** Wykonaj działania i uporządkuj wielomian

- a)  $(x - 3)^2 + (x - 4)^2 =$
- b)  $(2 + 3x)^2 - 3(x + 4)^2 - 2(x + 1)^2 =$
- c)  $(x - 5)(x^2 - 5x + 25) + 2(x - 3)^2 - 3(x + 2)^2 =$

**Zad. 8** Rozłóż wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia, wyciągając czynnik przed nawias

- a)  $W(x) = (x^2 - 4)(x^3 - 9x)$
- b)  $W(x) = 4x^5 + 7x^4 - 2x^3$
- c)  $W(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2$
- d)  $W(x) = x^5 - 8x^2$

e)  $W(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2$

f)  $W(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$

g)  $W(x) = 2x^3 - 6x^2$

**Zad. 10** Rozwiąż równanie wielomianowe

a)  $x^5 - 2x^4 - 15x^3 = 0$

b)  $x^3 - 10x^2 + 25x = 0$

c)  $x^3 - 7x^2 + 12x = 0$

d)  $x^4 = 4x^3 + 5x^2$

e)  $(x - 3)(2x + 5)(x - 4) = 0$

f)  $(x^2 + 4x + 4)(3x + 1) = 0$

g)  $(2x^2 - x - 1)(x^2 + 4x + 3) = 0$

h)  $(4x^2 - x)(x^2 - 9) = 0$

i)  $(x^2 + 1)(x^2 + 3x) = 0$

j)  $(x - 5)^2(x^2 - 5x - 6) = 0$

## II. Funkcje wymierne

**Zad. 1** Naszkicuj wykres funkcji i omów podstawowe własności (dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności)

a)  $f(x) = \frac{2}{x}$

b)  $f(x) = \frac{-3}{x}$

**Zad. 2** Dla jakiej wartości współczynnika  $a$  punkt  $P$  należy do wykresu funkcji  $y = \frac{a}{x}$  gdy:

a)  $P = (-1; 8)$

b)  $P = (4; -16)$

c)  $P = (-\frac{1}{7}; 2)$

d)  $P = (-5; -25)$

**Zad. 3** Naszkicuj wykres funkcji i podaj dziedzinę, zbiór wartości, równania asymptot

a)  $f(x) = \frac{-1}{x} - 1$

b)  $f(x) = \frac{6}{x} + 3$

c)  $f(x) = \frac{1}{x-3}$

d)  $f(x) = \frac{4}{x+3} + 2$

e)  $f(x) = \frac{-2}{x-2} - 4$

**Zad. 4** Wykonaj działania; wynik zapisz jak najprościej i podaj założenia

a)  $(x^2 - 16) \div \frac{x+4}{x-3} =$

b)  $(3x^2 + x^3) \cdot \frac{x+1}{x^2} =$

c)  $(x^2 - 25) \div \frac{x+5}{x-3} =$

d)  $(x^3 - 4x^2) \cdot \frac{x+2}{x^2} =$

e)  $(x^2 - 5x + 6) \cdot \frac{x+1}{x-2} =$

**Zad. 5** Określ dziedzinę funkcji i oblicz jej miejsca zerowe.

a)  $f(x) = \frac{x^2 - x}{2x^2 - x - 6}$

b)  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 + x - 6}$

**Zad. 6** Rozwiąż równania wymierne, pamiętaj o założeniach

- a)  $\frac{6}{x-1} = 4$   
 b)  $\frac{(x+1)(3x+6)}{x(2x+4)} = 0$   
 c)  $\frac{x^2-16}{x^2+16} = 0$   
 d)  $\frac{x-2}{x+3} = 2$   
 e)  $\frac{x}{x-1} = \frac{x+2}{x}$   
 f)  $6x + 1 = \frac{2}{x}$

**Zad. 7** Rozwiąż równanie/ nierówność z wartością bezwzględną

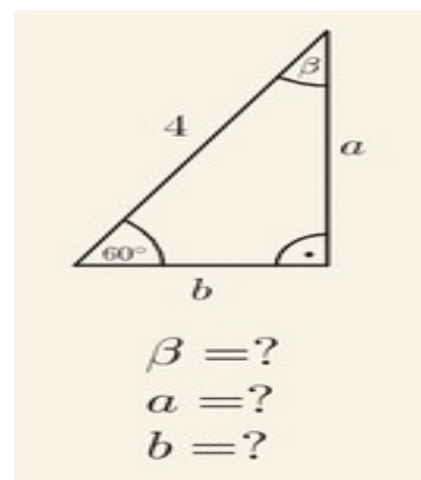
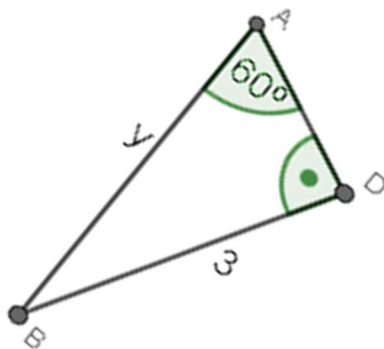
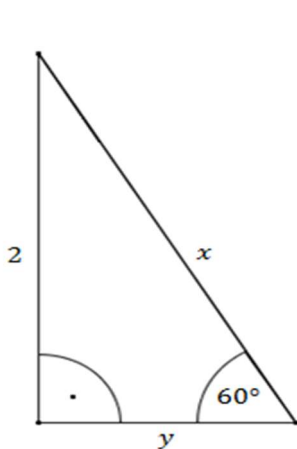
- a)  $|5x - 3| = 2$    b)  $|2x - 4| + |x - 2| = 12$    c)  $|x + 6| = 2$    d)  $|3x - 5| = 0$   
 a)  $|x - 2| < 3$    e)  $|x + 4| > 1$    f)  $|3x + 6| > 8$    g)  $\sqrt{(x-3)^2} \geq 4$

### III. Trygonometria

**Zad. 1** Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych trójkąta prostokątnego o bokach długości:

- a) 7, 24, 25   b)  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{6}$ , 2

**Zad. 2** Rozwiąż trójkąt prostokątny



**Zad. 3** Dany jest trójkąt prostokątny ABC gdzie  $\sphericalangle C = 90^\circ$  oraz  $\sphericalangle B = 30^\circ$  i  $AB = 12$ . Oblicz długość boku AC i BC tego trójkąta.

**Zad. 4** W trójkącie ABC  $\cos \sphericalangle A = \frac{5}{6}$  i bok  $AB = 6\sqrt{3}$  oraz kąt prosty jest przy wierzchołku C. Oblicz długość boku AC i BC.

**Zad. 5** Oblicz wartość liczbową liczby i zapisz wynik jak najprościej( nie korzystaj z tablic)

- a)  $\frac{\sin 30 - 4 \cos 60}{\operatorname{tg}^2 60} - 6 \sin^2 60$   
 b)  $\operatorname{tg} 120^\circ - \cos 150^\circ$   
 c)  $\frac{\sin 30 - 4 \cos 60}{\operatorname{tg}^2 30} - 4 \sin^2 45^\circ$

- d)  $\cos 150^\circ - \operatorname{tg} 150^\circ$
- e)  $\sin^2 120^\circ - \cos^2 135^\circ$
- f)  $\sin^2 37^\circ + \sin^2 53^\circ - 18 \operatorname{tg}^2 60^\circ$
- g)  $2 - \sin^2 10^\circ - \cos^2 10^\circ$

**Zad. 6** Wyznacz brakujące wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, gdy:

a)  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ ,    b)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ ,    c)  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ,    d)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,    e)  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

**Zad. 7** Sprawdź, czy istnieje taki kąt ostry  $\alpha$ , że:

- a)  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  i  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ ,
- b)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$  i  $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ ,
- c)  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$  i  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ,
- d)  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$  i  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ .

**Zad. 8** Dany jest prostokąt o przekątnej długości 6 i kącie między przekątną a dłuższym bokiem  $30^\circ$ . Oblicz obwód tego prostokąta.

**Zad. 9** Oblicz pole trójkąta o bokach  $a$  i  $b$  oraz kącie zawartym między tymi bokami  $\alpha$ , gdy:

- a)  $a = 12$  i  $b = 6$  oraz  $\alpha = 60^\circ$ ,
- b)  $a = 24$  i  $b = 10$  oraz  $\alpha = 45^\circ$
- c)  $a = 6$  i  $b = 12$  oraz  $\alpha = 120^\circ$

**Zad. 10** Oblicz pole równoległoboku o bokach 5 i 4 oraz kącie ostrym  $45^\circ$ .

**Zad. 11** Oblicz obwód trójkąta prostokątnego, którego przeciwprostokątna ma długość 10, a tangens jednego z kątów ostrych jest równy  $\frac{1}{2}$ .

**Zad. 12** Punkt  $P(-3; 3)$  leży na drugim ramieniu kąta  $\alpha$ . Przedstaw ten kąt w układzie współrzędnych i oblicz wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta.

**Zad. 13** Punkt  $P(-2; 4)$  leży na drugim ramieniu kąta  $\alpha$ . Przedstaw ten kąt w układzie współrzędnych i oblicz wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta.

**Zad. 14** Oblicz pole i obwód trapezu równoramienne, którego krótsza podstawa ma długość 4, a ramię długości 6 tworzy z dłuższą podstawą kąt  $30^\circ$ .

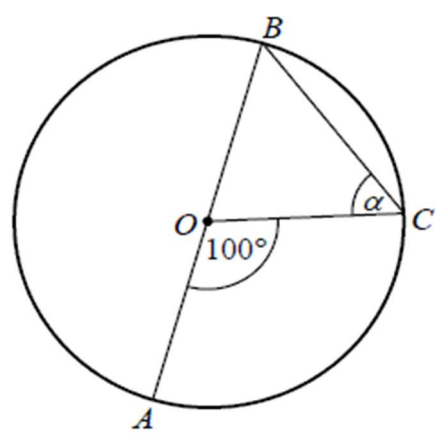
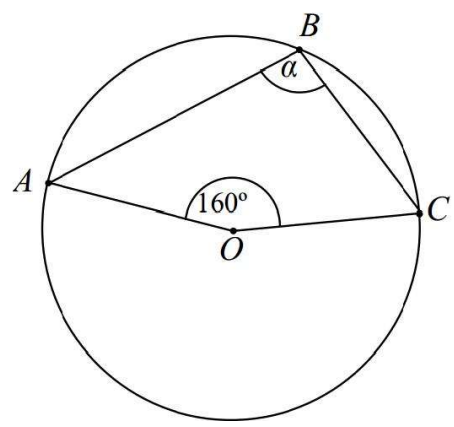
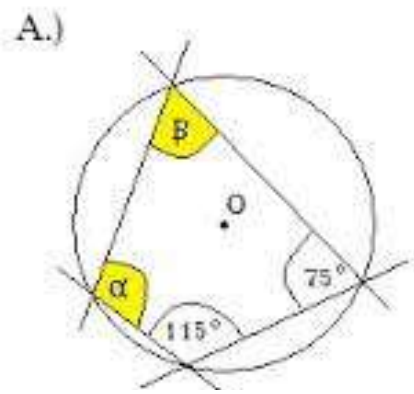
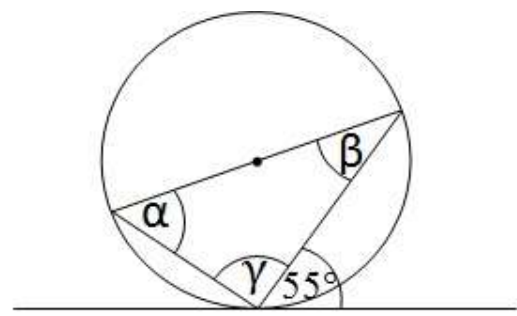
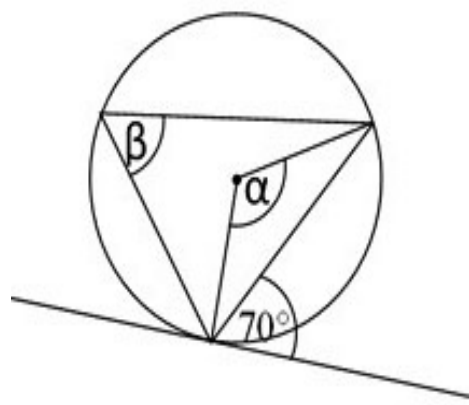
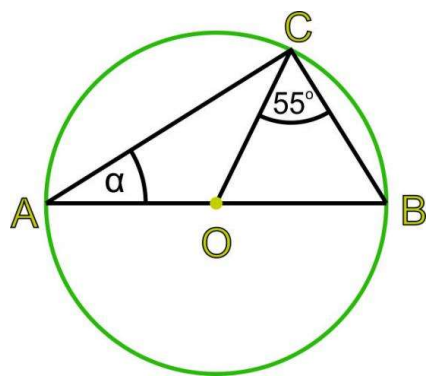
**Zad. 15** Oblicz pole rombu o boku 12 i kącie rozwartym  $135^\circ$ .

**Zad. 16** Pole trójkąta równobocznego wynosi  $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ . Oblicz obwód tego trójkąta i jego wysokość.

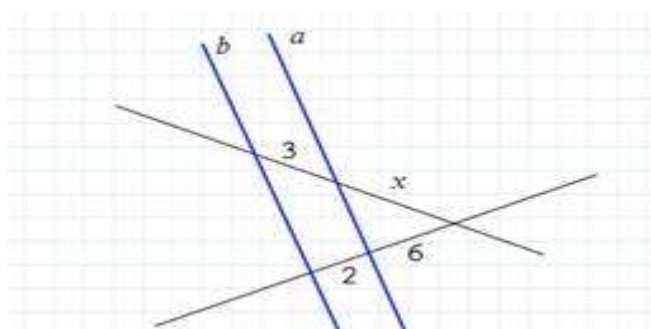
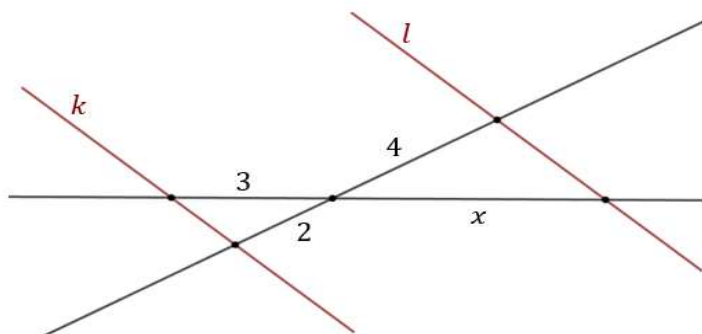
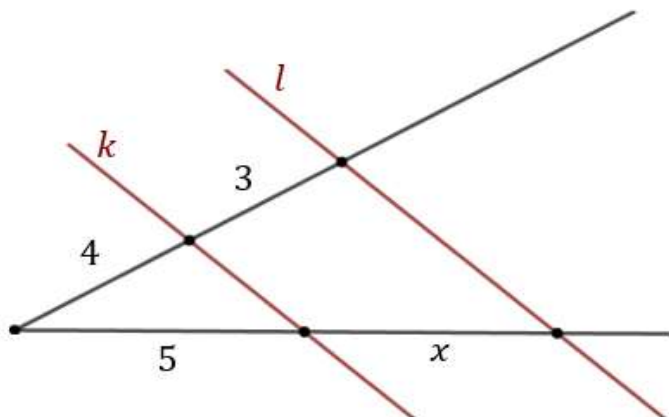
**Zad. 17** Oblicz pole i obwód trójkąta równoramienne o ramieniu długości 12 cm i kącie przy podstawie  $30^\circ$ .

IV. Planimetria

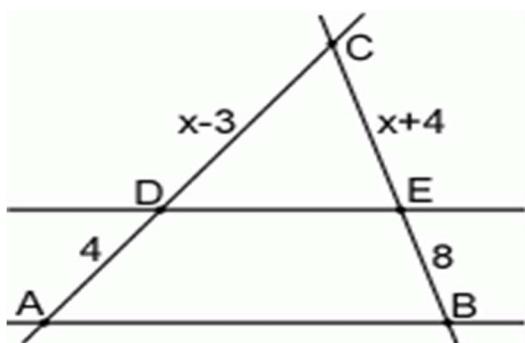
Zad1. Oblicz zaznaczone kąty:



Zad2 Proste  $k$  i  $l$  są równoległe. Oblicz długość boku  $x$



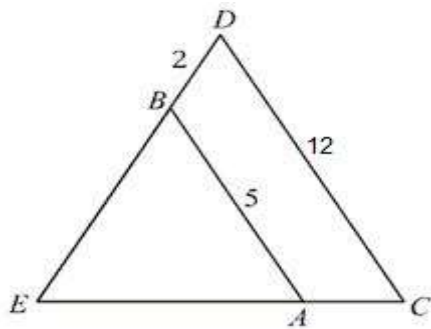
a || b



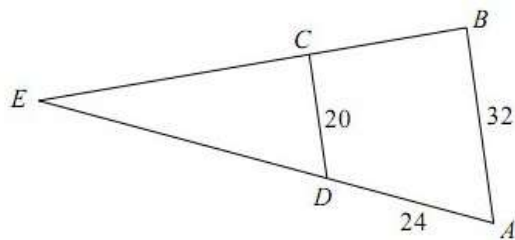
AB || DE

**Zad. 3**  $DE = ?$

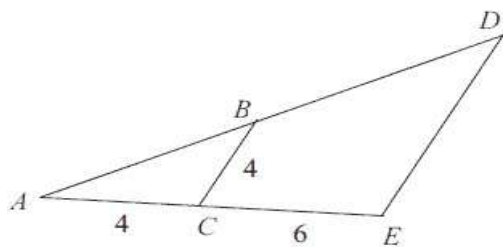
a)  $AB \parallel CD$



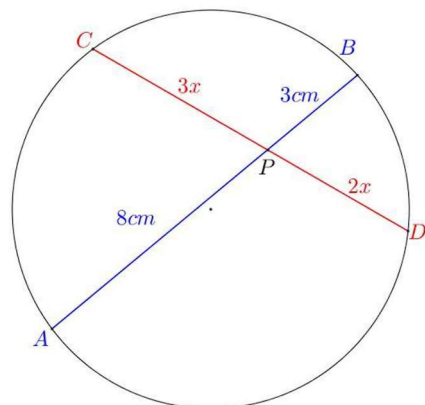
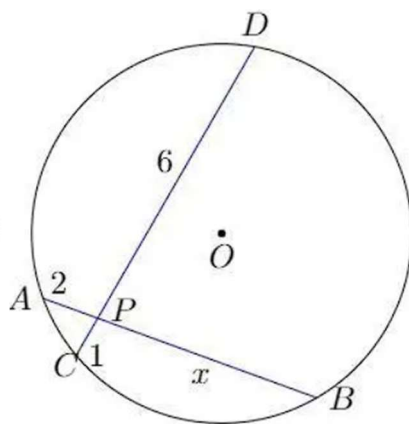
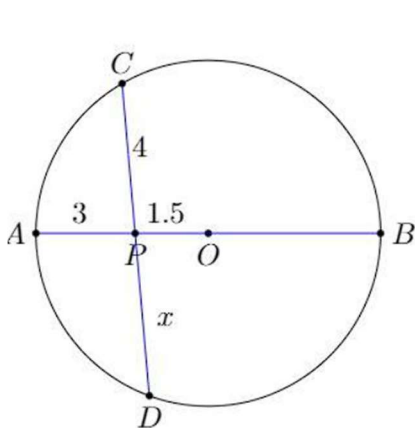
b) odcinki  $AB \parallel CD$



c) odcinki  $CB \parallel DE$

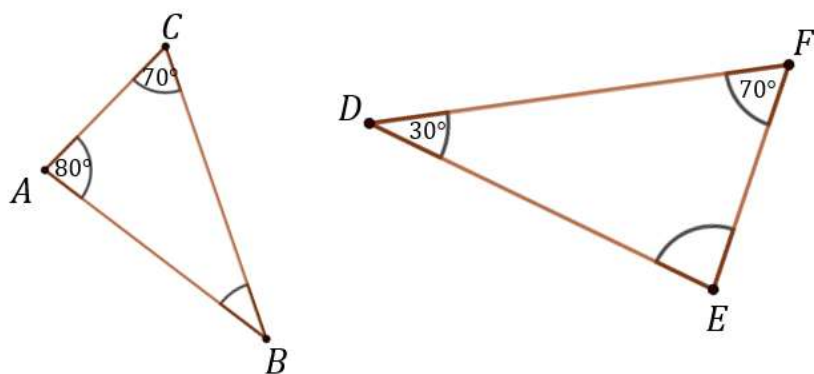


**Zad. 4** Oblicz  $x$ :



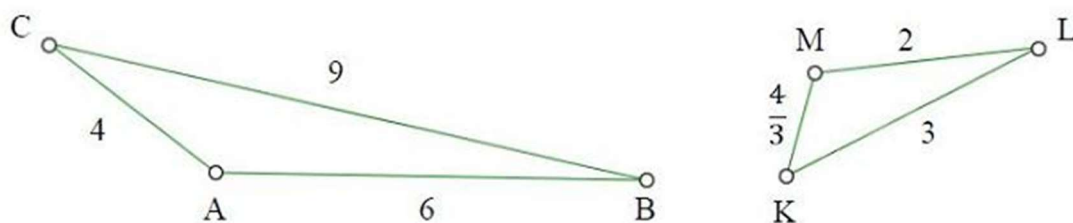
**Zad. 5** Czy trójkąty o bokach długości: 2,3,4 oraz 9,6,12 są podobne?

**Zad.v6** Zbadaj czy trójkąty ABC i DEF są podobne.



**Zad. 7** Trójkąt ABC ma boki długości: 4,12, $x$ , a trójkąt PQR ma boki długości: 5,13,15. Wiadomo, że trójkąty ABC i PQR są podobne. Oblicz  $x$ .

**Zad. 8.** Czy poniższe trójkąty są podobne?



**Zad. 9.** Przedstawione na rysunku trójkąty są podobne. Wyznacz  $a$  i  $b$ .

