

ZAGADNIENIA NA EGZAMIN POPRAWKOWY Z MATEMATYKI
W KLASIE II TECHNIKUM PO SZKOLE PODSTAWOWEJ

I. Funkcje.

1. Pojęcie funkcji i jej dziedzina.
2. Zbiór wartości funkcji.
3. Wykres funkcji liczbowej i odczytywanie jej własności z wykresu – dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, wartości ekstremalne oraz argumenty dla których wartość funkcji jest dodatnia (ujemna)
4. Przesunięcie wykresu funkcji, wyznaczanie wzoru funkcji $y = f(x - p) + q$.
5. Przekształcanie wykresów funkcji przez symetrię.

II. Funkcja liniowa.

1. Funkcja liniowa jej własności i wykres.
2. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.
3. Równanie kierunkowe i ogólne prostej.
4. Układy równań liniowych – metoda algebraiczna i graficzna
5. Geometryczna interpretacja układów równań liniowych.
6. Wzajemne położenie dwóch prostych.
7. Warunek równoległości i prostokątności prostych.

III. Funkcja kwadratowa.

1. Funkcja kwadratowa i jej własności.
2. Postać kanoniczna, iloczynowa i ogólna – wyznaczanie poszczególnych postaci funkcji kwadratowej.
3. Przekształcanie wzoru funkcji kwadratowej do wskazanej postaci np. z kanonicznej do ogólnej/iloczynowej.
4. Wartości ekstremalne funkcji kwadratowej w podanym przedziale
5. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej.
6. Szkicowanie wykresu funkcji kwadratowej i odczytywanie z wykresu własności.
7. Rola współczynników a , Δ , q dla wykresu funkcji kwadratowej.
8. Równania kwadratowe pełne i niepełne.
9. Nierówności kwadratowe.

„Naturalnie, że zdasz”.

I. FUNKCJE.

Zad1. Oblicz $f(-3)$, $f(2)$, $f(1,5)$, $f(\sqrt{3})$, jeżeli:

$$f(x) = 2x + 4; f(x) = -6x + 5; f(x) = 3x^2 - 6x - 2; f(x) = \frac{6}{x} - 2x + 1.$$

Zad2. Sporządź tabelkę dla funkcji

a) $f(x) = -x + 5$ dla $x \in \{-3, -2, -1, 0, 1\}$,

b) $f(x) = \frac{x-1}{2x+3}$ dla $x \in \{0, 1, 2, 3\}$,

c) $f(x) = 2^{x+1}$ dla $x \in \{0, 1, 2, 3\}$.

Zad3. Wyznacz dziedzinę funkcji

a) $f(x) = x^2 - 4x - 3$, b) $f(x) = 3x + 5$, c) $f(x) = \frac{2x-4}{3x+6}$, d) $f(x) = \frac{3x+4}{x}$,

e) $f(x) = \sqrt{4x-8}$, f) $f(x) = \sqrt{-3x+12}$, g) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x}$,

h) $f(x) = \sqrt{x-4}$, i) $f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{x+1}$, j) $f(x) = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$, k) $f(x) = \frac{4x-6}{x^2-4x+3}$.

Zad4. Wyznacz zbiór wartości funkcji

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ dla $x \in \{-2, 0, 3\}$,

b) $f(x) = \frac{2}{x}$ dla $x \in \{-2, 1, 3\}$,

c) $f(x) = 3\sqrt{x} - 1$ dla $x \in \{1, 4, 9\}$.

Zad5. Dana jest funkcja $y = f(x)$ oraz jej zbiór wartości. Wyznacz dziedzinę tej funkcji

a) $f(x) = -3x + 4$ dla $x \in \{-3, 0, 4\}$,

b) $f(x) = \frac{9}{x}$ dla $x \in \{-3, 3, 9\}$,

c) $f(x) = -2x^2 + 4x - 5$ dla $x \in \{-1, -2, 0, 3\}$.

Zad6. Wyznacz miejsca zerowe funkcji w podanej dziedzinie

a) $f(x) = 3x - 9$, $D = R$,

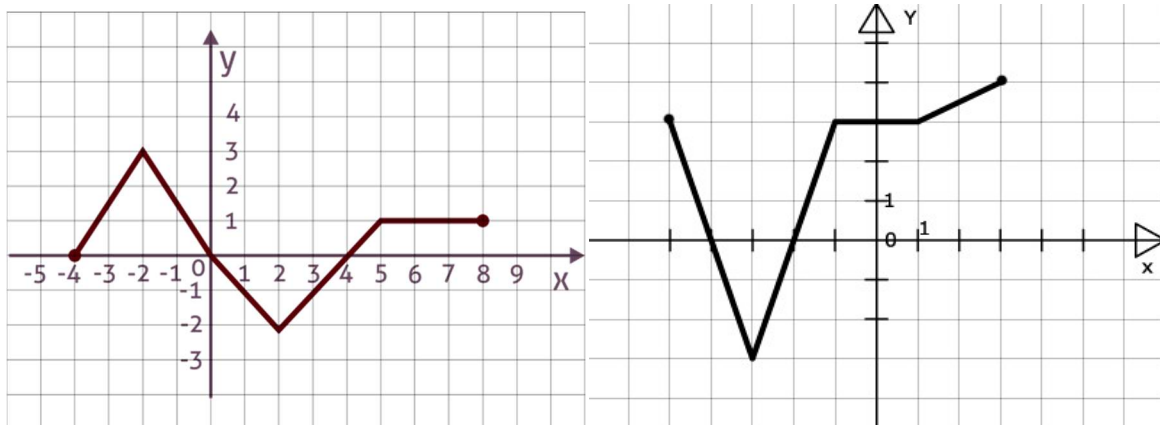
b) $f(x) = -4x - 12$, $D = N$,

c) $f(x) = 0,5x - 1,5, x \in (1,6),$

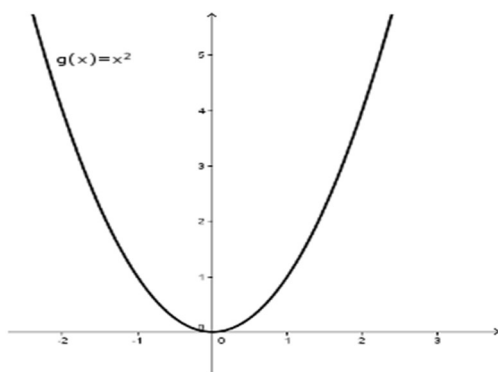
d) $f(x) = 5(x - 3)(2x + 6)$ dla $x \in (-1,5),$

e) $f(x) = \frac{x+6}{\sqrt{x}},$ ustal dziedzinę.

Zad7. Na podstawie wykresu określ: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, argumenty dla których wartość funkcji jest dodatnia(ujemna), wartości ekstremalne



Zad8. Mając wykres funkcji $y = f(x),$ narysuj wykresy funkcji



a) $y = f(x + 3),$

b) $y = f(x - 2),$

c) $y = f(x) + 3,$

d) $y = f(x + 4) - 1.$

Zad9. Na jednym układzie współrzędnych narysuj wykresy funkcji

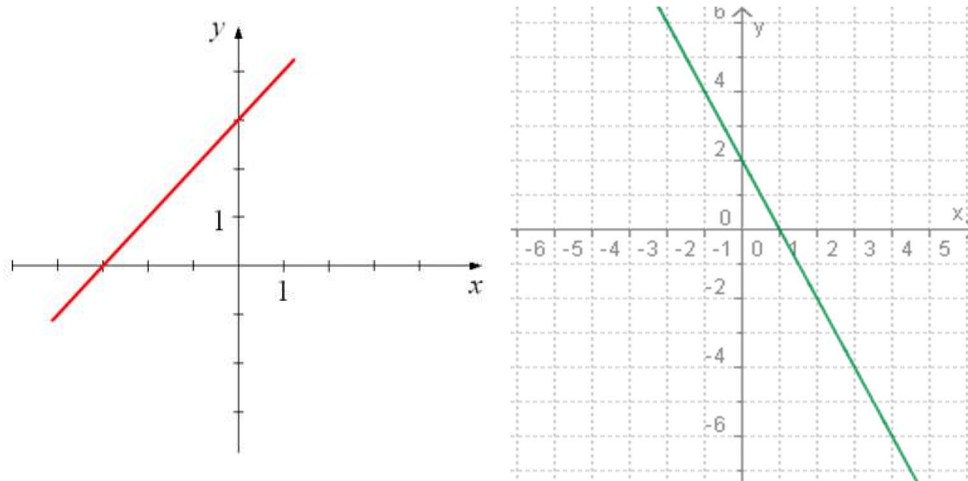
a) $y = \sqrt{x}$ i $y = \sqrt{x-2} + 3,$ b) $y = 2x^2$ i $y = 2x^2 - 3,$ c) $y = \frac{1}{x}$ i $y = \frac{1}{x+3}.$

II. FUNKCJA LINIOWA.

Zad1. Narysuj wykres funkcji i opisz jej własności

a) $y = -2x + 1$, b) $y = \frac{2}{3}x + 6$, c) $y = \sqrt{2}x + \sqrt{2}$.

Zad2. Dany jest wykres funkcji liniowej, podaj jej wzór



Zad3. Dla jakich wartości m funkcja $f(x)$ jest rosnąca, malejąca oraz stała

a) $f(x) = (m - 2)x + 4$, b) $f(x) = (-2m + 4)x - m$,

c) $f(x) = \left(2\frac{1}{3}m - 7\right)x + 5\frac{1}{7}$, d) $f(x) = (\sqrt{3}m - 6)x$.

Zad4. Wyznacz miejsca zerowe funkcji liniowej

a) $f(x) = 5x - 6$, b) $f(x) = -0,75x + 15$, c) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 6$.

Zad5. Dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne)

a) $f(x) = -3x - 5$, b) $f(x) = -1,2x - 12$, c) $f(x) = \sqrt{3}x - 12$.

Zad6. Napisz wzór funkcji, której wykres jest równoległy (prostokątny) do wykresu funkcji $y = f(x)$ i przechodzący przez punkt P

a) $f(x) = 0,5x - 4$, $P(0, -1)$,

b) $f(x) = -0,2x + 2$, $P(5, 2)$,

c) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 8$, $P(1, \frac{1}{3})$

d) $f(x) = 3x - 2$, $P(-2; 3)$

e) $f(x) = 4x$, $P(1; 2)$

Zad7. Dla jakich wartości m wykresy funkcji są równoległe (prostokątne)

a) $f(x) = (m - 1)x - 7$ i $g(x) = -3x + 2$,

b) $f(x) = 3(m - 2)x + 11$ i $g(x) = 6x + 1$.

Zad8. Wyznacz współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych

a) $y = 3x - 9$, b) $2x - y - 2 = 0$, c) $x - 4y - 4 = 0$.

Zad9. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkty w postaci kierunkowej i ogólnej

a) $(2, 4)$ i $(-5, 4)$, b) $(-2, \frac{1}{2})$ i $(3, -1)$, c) $(4, 0)$ i $(2, -2)$

Zad10. Sprawdź, czy dane punkty są współliniowe: $A(2, 0)$ $B(1, 2)$ $C(4, 8)$.

Zad11. Dla jakich wartości m punkt A leży na prostej l

a) $l: y = 5x + 3$ i $A(m, 3m)$

b) $l: y = 7x - 1$ i $A(m + 1, 13)$

c) $l: y = -2x + 3$ i $A(m - 1; m + 1)$

Zad12. Rozwiąż układ metodą algebraiczną i graficzną

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ x + 2x = 14 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$

III. FUNKCJA KWADRATOWA.

Zad1. Dla jakich wartości a do wykresu funkcji $y = f(x)$ należy punkt P ?

a) $y = 3x^2, P(1, a - 2)$, b) $y = \frac{1}{2}x^2, P(-2, 3a + 1)$, c) $y = x^2, P(a + 1, 6a + 5)$.

Zad2. Sprowadź do postaci kanonicznej

a) $y = 2x^2 - x + 3$, b) $y = -x^2 + 4x + 5$, c) $y = 3(x + 4)(x - 1)$.

Zad3. Sprowadź do postaci ogólnej

a) $y = 2(x + 3)^2 - 4$, b) $y = -4(x - 2)^2 + 1$, c) $y = -3(x + 4)(x - 2)$.

Zad4. Podaj zbiór wartości funkcji, przedziały monotoniczności oraz równanie osi symetrii wykresu. Wykonaj wykres funkcji

- a) $y = 3(x - 5)^2 + 2$, b) $y = -(x + 3)^2$, c) $y = 0,2(x - 2)^2 - 3$,
 d) $y = -2x^2 - 3$ e) $y = (x + 1)(x - 3)$ f) $y = -x^2 - 7x - 10$

Zad5. Przedstaw podane funkcje w postaci iloczynowej (jeżeli istnieje)

- a) $y = x^2 + 6x + 9$, b) $y = -3x^2 + 4x + 4$, c) $y = -x^2 + 2x - 3$.

Zad6. Wykresem funkcji kwadratowej $y = 0,5x^2 + bx + c$ jest parabola o wierzchołku $W(-4, -1)$. Wyznacz b i c.

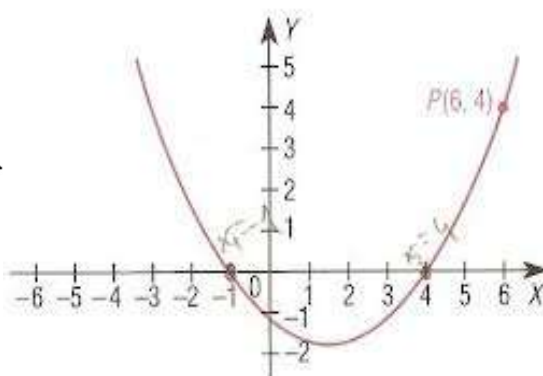
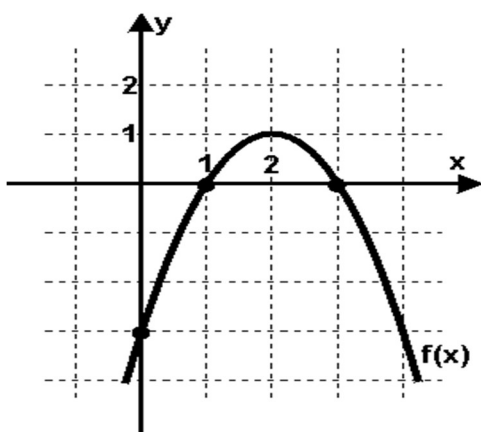
Zad7. Rozwiąż równania:

- a) $x^2 + 8x + 7 = 0$, b) $6x^2 - 5x + 1 = 0$, c) $2x^2 + 4x = 0$, d) $4x^2 - 9 = 0$,
 d) $-3(x + 4)(x - 5) = 0$, f) $4x^2 - 4x + 1 = 0$, g) $(3x - 2)^2 = 8(x + 1)^2 - 100$.

Zad8. Rozwiąż nierówność

- a) $x^2 - 2x - 3 > 0$, b) $-x^2 + 10x - 25 \leq 0$, c) $-0,75x^2 + 3x \leq 0$, d) $x^2 > 9$,
 e) $-3x^2 + 2x + 1 < 0$ f) $(x + 1)(x - 2) \leq 0$ g) $(x + 3)^2 \geq 9$ h) $3x^2 \leq 12$
 i) $x^2 - 8x + 16 \leq 0$ j) $2x^2 - 4x + 3 > 0$ k) $2x^2 - 3x \geq -1$

Zad11. Mając wykres funkcji kwadratowej, wyznacz jej wzór w postaci $y = ax^2 + bx + c$



Zad. 12 Sprowadź do postaci ogólnej i kanonicznej funkcje kwadratowe wyrażone wzorem

a) $y = 2(x - 4)(x + 3)$

b) $y = -3x(x + 1)$

c) $y = -2(x - 1)(x + 2)$

Zad 13. Podaj wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej $y = f(x)$ w podanym przedziale

a) $y = -x^2 + 4x$ w $\langle 0; 5 \rangle$

b) $y = x^2 - 2x - 1$ w $\langle -2; 0 \rangle$

c) $y = 2x^2 + 5x - 4$ w $\langle -2; -1 \rangle$

d) $y = -3x^2 + 18x + 1$ w $\langle 1; 2 \rangle$

Zad 14. Wyznacz miejsca zerowe (jeżeli istnieją); współrzędne wierzchołka oraz współrzędne przecięcia wykresu funkcji kwadratowej $y = f(x)$ z osią OY a następnie naszkicuj jej wykres, gdy:

a) $y = 2x^2 - 3x - 2$

b) $y = -x^2 + x + 6$

c) $y = x^2 + 4x + 5$

d) $y = 4x^2 + 4x + 1$